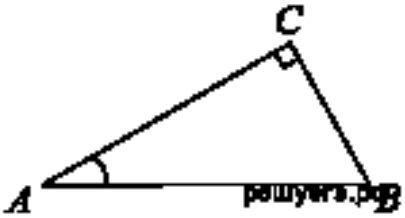
Примеры задач.



№1.

В треугольнике *ABC* угол *C* равен 90°, $AC = 4,8,$ $\sin A = \frac{7}{25}.$ Найдите $AB.$

Решение. Имеем:

$$AB = \frac{AC}{\cos A} = \frac{AC}{\sqrt{1-\sin^2 A}} = \frac{4,8}{\sqrt{1-\frac{49}{625}}} = 4,8 \cdot \frac{25}{24} = 5.$$

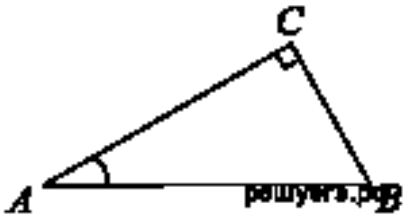
Ответ: 5.

Возможно другое решение.

Пусть искомая длина гипотенузы равна *x*. По определению синуса, $\sin A = \frac{CB}{AB},$ а по условию, $\sin A = \frac{7}{25},$ следовательно, $\frac{CB}{x} = \frac{7}{25},$ откуда $CB = \frac{7}{25}x.$ Применим теорему Пифагора:

$$x^2 = 4,8^2 + \left(\frac{7}{25}x\right)^2 \Leftrightarrow x^2 = \left(\frac{24}{5}\right)^2 + \frac{49}{625}x^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{576}{625}x^2 = \frac{576}{25} \Leftrightarrow x^2 = 25 \underset{x>0}{\Leftrightarrow} x = 5.$$



№2.

В треугольнике *ABC* угол *C* равен 90°, $AC = 2,$ $\sin A = \frac{\sqrt{17}}{17}.$ Найдите *BC*.

Решение. Имеем:

$$BC = AC\,\mathrm{tg}A = \frac{AC\sin A}{\sqrt{1-\sin^2 A}} = \frac{2 \cdot \frac{\sqrt{17}}{17}}{\sqrt{1-\frac{17}{289}}} =$$

$$= 2 \cdot \frac{\sqrt{17}}{17} \cdot \frac{17}{\sqrt{272}} = 2 \cdot \sqrt{\frac{1}{16}} = 2 \cdot \frac{1}{4} = 0,5.$$

Ответ: 0,5.

Другое решение (Алишера Простова).

Найдем косинус угла *A*:

$$\cos A = \sqrt{1-\sin^2 A} = \sqrt{1-\left(\frac{\sqrt{17}}{17}\right)^2} = \frac{4}{\sqrt{17}}.$$

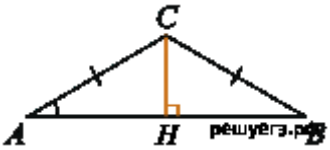
Найдем гипотенузу *AB*:

$$AB = \frac{AC}{\cos A} = \frac{2}{\frac{4}{\sqrt{17}}} = \frac{\sqrt{17}}{2}.$$

По теореме Пифагора найдем *BC*:

$$BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{17}}{2}\right)^2 - 2^2} =$$

$$= \sqrt{\frac{17-16}{4}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = 0,5.$$



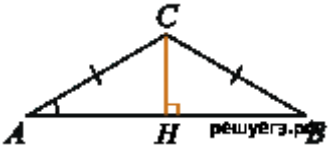
№3. В треугольнике *ABC AC* = *BC* = 5, $\sin A = \frac{7}{25}$. Найдите *AB*.

Решение. Треугольник *ABC* равнобедренный, поэтому высота *CH* делит основание *AB* пополам. Тогда

$$AB = 2AH = 2AC\cos A = 2AC\sqrt{1-\sin^2 A} =$$

$$= 2\cdot 5\sqrt{1-\left(\frac{7}{25}\right)^2} = 10\cdot\frac{24}{25} = 9,6.$$

Ответ: 9,6.



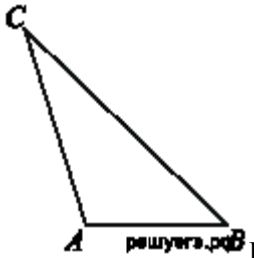
№4. В треугольнике *ABC AC* = *BC*, *AB* = 9,6, $\sin A = \frac{7}{25}$. Найдите *AC*.

Решение. Треугольник *ABC* равнобедренный, значит, высота *CH* делит основание *AB* пополам. Тогда

$$AC = \frac{AH}{\cos A} = \frac{AB}{2\cos A} = \frac{AB}{2\sqrt{1-\sin^2 A}} =$$

$$= \frac{9,6}{2\sqrt{1-\left(\frac{7}{25}\right)^2}} = \frac{4,8\cdot 25}{24} = 5.$$

Ответ: 5.

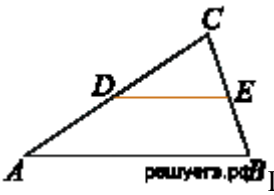


№5. Найдите площадь треугольника, две стороны которого равны 8 и 12, а угол между ними равен 30°.

Решение. Площадь треугольника равна половине произведения его сторон на синус угла между ними. Поэтому

$$S = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 12 \cdot \sin 30^\circ = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 12 \cdot \frac{1}{2} = 24.$$

Ответ: 24.



№6. Площадь треугольника ABC равна 4, DE — средняя линия, параллельная стороне AB. Найдите площадь треугольника CDE.

Решение. Средняя линия отсекает от треугольника подобный ему с коэффициентом подобия $\frac{1}{2}$. Площади подобных фигур относятся как квадрат коэффициента подобия. Тогда

$$S = \frac{1}{4} \cdot 4 = 1.$$

Ответ: 1.

Для самостоятельной работы задачи 3-5 по темам «Прямоугольный треугольник», «Равнобедренный треугольник», «Треугольники общего вида», задание 1 ЕГЭ, «Решу ЕГЭ», профильный уровень.